

Обвивка на ветровото вълнение в бреговата зона

Живелина Ив. Чернева, Албена Д. Велчева

Институт по океанология, БАН (Варна)

Въведение. В последно време се засилва интересът към изследванията на груповия строеж на ветровите вълни. Още преди четиридесет години Тускег (1950) отбелязва, че резонансът, настъпващ в някои пристанища, може да се усилва от групи високи вълни. Според Руе (1982) с груповия строеж на ветровите вълни са свързани следните практически проблеми: някои от трептенията, възникващи в морските плавателни съдове; определянето на силите, въздействащи на потопени под водата тръбопроводи и други съобщителни линии; стабилността на насипни вълноломи, катеренето и преминаването на вълните над тях. Санд (1982) разглежда влиянието, което оказват дългите вълни от втори порядък, генерирани от вълновите групи върху експериментите във вълнов канал. Агън и Меи (1988) анализират разпространението на вътрешните вълни, предизвикани от вълнови групи, а Медина и Худспет (1990) изследват условията за резонанс между групите ветрови вълни и дългите вълни, разпространяващи се над шелфа. Особен интерес за динамиката на водните маси в бреговата зона представлява работата на Ватъйс (1988), където се прави опит да бъде продължен в главната му част известният вече модел на Лонгет-Хиггинс и Стюарт (1962) за радиационните напрежения и да се свърже с енергията на прибойното биеене. Описанието на статистическите свойства на групите вълни в електрични вериги е направено в известните работи на Ри-

се (1944, 1958). Адаптация на изводите за случая на ветрови вълни прави Лонгет-Хиггинс (1984).

В тази работа е посочена методика за обработка на експерименталните данни в бреговата зона, за да се проявят и изследват груповите свойства на ветровото вълнение.

Кратки теоретични бележки. Нека издигането на свободната повърхност η е стационарна случайна функция на времето t , а между корелационната функция

$$(1) \quad R(\tau) = \overline{\eta(t)\eta(t+\tau)}$$

и енергетичния спектър $S(\omega)$ съществуват зависимостите:

$$(2) \quad S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau d\tau,$$

$$(3) \quad R(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \omega \tau d\omega.$$

Нека също така в крайния интервал $(-T/2, T/2)$ преобразуването на η в ред на Фурие е

$$(4) \quad \eta(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$$

където $\omega_n = 2n\pi/T$, фазата φ_n е равномерно-

но разпределена в интервала $(0, 2\pi)$, а амплитудите c_n са такива, че

$$(5) \quad \frac{1}{2} \sum_{\omega_n \in \omega} c_n^2 = S(\omega) d\omega$$

Независимо от ширината на спектъра, винаги може (4) да се умножи с $\exp(i\omega_0 t) \exp(-i\omega_0 t) = 1$, където ω_0 е някаква характерна честота за спектъра, дефинирана от Longuet-Higgins (1975) като

$$(6) \quad \omega_0 = \frac{m_1}{m_0},$$

а m_n са спектралните моменти

$$(7) \quad m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega.$$

Тогава издигането на свободната повърхност $\eta(t)$ представлява реалната част на функцията

$$(8) \quad \xi(t) = A \exp[-(i\omega_0 t + \varphi_0)] = \eta(t) + i\hat{\eta}(t)$$

където

$$(9) \quad A \exp(-i\varphi_0) = \sum_n c_n \exp \left\{ -i [(\omega_n - \omega_0) t + \varphi_n] \right\} \text{ и съответно}$$

$$(10) \quad \eta(t) = - \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(\omega_n t + \varphi_n).$$

От (8) и (10) се вижда, че $\hat{\eta}(t)$ представлява Хилбертова трансформация на $\eta(t)$ (Т и х о и ъ в, 1986). Изразите за $\eta(t)$ и $\hat{\eta}(t)$ могат да бъдат представени и във вида

$$(11) \quad \eta(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$(12) \quad \eta(t) = -A(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Тогава комплексната амплитуда $A(t)$ е

$$(13) \quad A(t) = [\eta^2(t) + \hat{\eta}^2(t)]^{1/2}.$$

От изложеното до тук следва, че $\hat{\eta}(t)$ или $\eta(t)$ могат да бъдат разглеждани като амплитудно-модулирани сигнали с носеща честота ω_0 . Освен това при $\hat{\eta}(t) = 0$, $\eta(t) \leq A$ и когато $\eta(t) = 0$, $\hat{\eta}(t) \geq -A$. Това означава, че положителните максимуми — върховете, и отрицателните минимуми — долините на вълните, лежат съответно на $A(t)$ и $-A(t)$. Тази двойка симетрични криви представляват обвивката на процеса $\eta(t)$.

С помощта на (11) и (12) може да се въведе Хилбертова трансформация на корелационната функция

$$(14) \quad R(\tau) = \overline{\eta(t)\hat{\eta}(t+\tau)} = -\overline{\hat{\eta}(t)\eta(t+\tau)} = \overline{A(t)A(t+\tau) \cos(\omega_0 t + \varphi) \sin[\omega_0(t+\tau) + \varphi]} = -\overline{A(t)A(t+\tau) \sin(\omega_0 t + \varphi) \cos[\omega_0(t+\tau) + \varphi]}.$$

Тогава функцията

$$(15) \quad r(\tau) = [R^2(\tau) + R^2(\tau)]^{1/2}$$

е обвивката на корелационната функция.

Методика за определяне на обвивката на ветровото вълнение по експериментални данни. Най-често ветровото вълнение се регистрира във формата на инструментален запис на колебания на свободната морска повърхност в точка. Обикновено записът продължава 15 — 20 min, като дискретизацията по време Δt е 0,2 — 0,5 с.

Нека $X_n = \{X(n\Delta t); n = 0, 1, 2, \dots, M-1\}$ дискретният запис на процеса $\eta(t)$ и с нулево средно. Броят на ординатите е $M = 2^p$. Бързото преобразуване на Фурие на X_n се дефинира с

$$(16) \quad X_n = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} C_m \exp(-i\omega_m n\Delta t),$$

$$(17) \quad C_m = \sum_{n=0}^{M-1} X_n \exp(-i\omega_m n\Delta t),$$

където $\omega_m = 2\pi m / M\Delta t$, а C_m са комплексни коефициенти. Съответното хилбертово преобразуване $\hat{X}_n = \{X_n(n\Delta t); n = 0, 1, 2, \dots, M-1\}$ съгласно Т а у f u n (1983) се дефинира чрез

$$(18) \quad \hat{X}_n = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{C}_m \exp(-i\omega_m n\Delta t),$$

където

$$(19) \quad \begin{aligned} \hat{C}_m &= -iC_m, & m < M/2, \\ &= -iC_m, & m > M/2, \\ &= 0, & m = M/2. \end{aligned}$$

Съответната обвивка е

$$(20) \quad A_n = \{A_n(n\Delta t) = (X^2 + \hat{X}^2)^{1/2};$$

$n = 0, 1, 2, \dots, M-1\}$.

Последователността на действията, необходими за получаване на обвивката A_n , са следните:

- 1) Центриране на временния ред X_n ;
- 2) Фурие-трансформация на X_n , за да се намерят коефициентите C_m ($m = 0, 1, 2, \dots, M-1$).

Трябва да се отбележи, че $C_m = C_{m-M}$, $C_0 = C_M = 0$

- a) Прави се груба оценка на спектъра

$$S_m = \frac{\Delta t}{\pi M} |C_m|^2, \quad (m = 0, 1, 2, \dots, \frac{M}{2} - 1)$$

за честоти $\omega_m = \frac{2\pi m}{M\Delta t}$, а след това

се осреднява по отрязъци или по съседни точки в честотния интервал $\Delta\omega$ (Б е н д а т, П и р с о л, 1974). Използва се прозорец на Хан.

б) Модифицират се коефициентите C_m съгласно (19), за да се намерят \hat{C}_m на Хилбертовата трансформация \hat{X}_m .

в) По зависимостта (20) се пресмята обвивката на временния ред.

г) Оценката за спектъра S_m се удължава с $M/2$ нули и чрез обратно преобразуване на Фурие (Б е н д а т, П и р с о л, 1974) се получава оценка за автокорелационната функция R_r

$$(21) \quad R_r = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{2M-1} S_m \exp(-i\omega_m r\Delta t).$$

($r = 1, 2, \dots, M+1$).

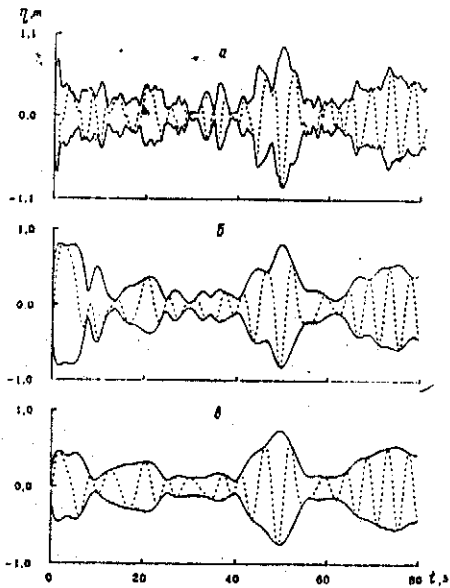
Получените стойности са комплексни числа, така че Хилбертовото преобразуване на R_r се определя по зависимости, аналогични на (19)

$$(22) \quad \begin{aligned} \hat{R}_r &= -iR_r, & r < M/2, \\ &= -iR_r, & r > M/2, \\ &= 0, & r = 0. \end{aligned}$$

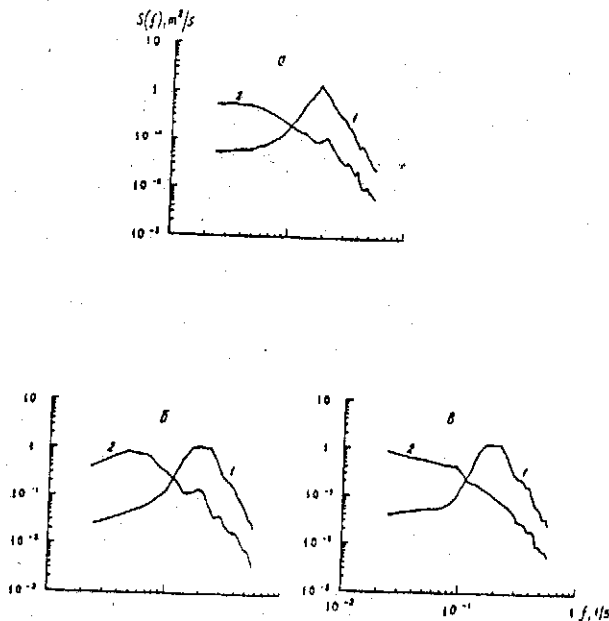
Анализ на експерименталните данни. Тук е направен анализ на записи на ветровото вълнение в точки с дълбочина 18, 11 и 4,5 m. Регистрациите са с продължителност около 15 min, дискретизация по време $\Delta t = 0,165$ s и дължина 5400 стойности. Общият запис е разделен на 41 отрязъка по 256 стойности, като частите се застъпват през 128 стойности.

По описаната по-горе методика са получени спектъра на временния ред на регистрираното вълнение и корелационната му функция, обвивките на временния ред и корелационната функция, а също и спектъра на обвивката.

На фиг. 1 — а е представена получената обвивка на временния ред, регистриран в точка с дълбочина 4,5 m. Вижда се, че положителните максимуми на обвивката не винаги съвпадат с върховете, а отрицателните минимуми — с долините на вълните. Това се дължи, от една страна, на факта, че обвивката на върховете е огледален образ на обвивката на долините и по такъв начин съдържа информация и за двата вида екстремуми. Например най-често там, където няма висок максимум, има нисък минимум и обратно, както е в интервала между 40-та и 60-та секунда от записа. От друга страна, при по-внимателно вглеждане се забелязва, че обвивката отразява и малките допълнителни пикове по основната вълна. Както отбелязва L o n g u e t - H i g g i n s (1984), при наблюдение на вълните с просто око наблюдателят интуитивно не регистрира допълнителните градини и пикове на основната вълна. Той



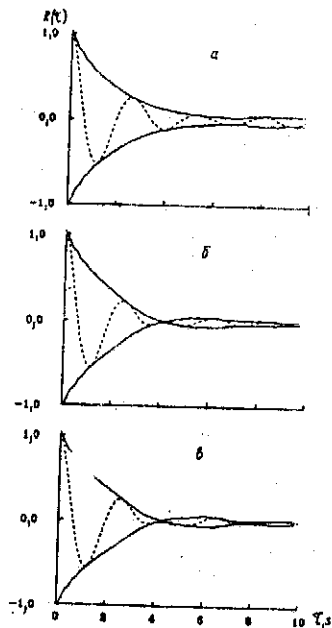
Фиг. 1. Обвивка на временния ред (дълбочина 4,5m). *a* - редът не е филтриран; *b* - $n^1/n_p = 0,25$, $n^2/n_p = 1,75$; *c* - $n^1/n_p = 0,50$, $n^2/n_p = 1,50$



Фиг. 2. Спектри на временния ред (1) и на обвивката му (2). *a* - дълбочина 4,5 m; *b* - дълбочина 11 m; *c* - дълбочина 18 m.

не е в състояние да забележи също така и бавните флукутации на средното ниво. С други думи, несъзнателно всеки човек извършва филтрация на ниските и високите честоти в спектъра на вълнението. Затова първоначалният временен ред е пропуснат през рекурсивен ивичен филтър на Батеруорт, подтискащ ниските и високите честоти. На фиг.1 - *b*, *c* са показани съответно резултатите за $\Delta\omega = \pm 0,75 \omega_p$ и $\Delta\omega = \pm \omega_p$, където ω_p е честотата на максимума. Вижда се, че основните особености на вълнението се запазват, а обвивката все повече се доближава до идеалната. Оттук следва, че в зависимост от целите, когато е нужно ярко да се открият вълновите групи, целесъобразно е да се прилага подходяща филтрация.

На фиг.2 - *a*, *b*, *c* са показани едновременно спектрите на вълнението и на обвивката на различни дълбочини. Както трябва да се очаква, с намаляване на дълбочината спектърът на вълнението става по-полегат. Подобен е и характерът на спектъра на обвивката.



Фиг. 3. Корелационна функция на временния ред и обвивката ѝ. *a* - дълбочина 4,5 m; *b* - дълбочина 11 m; *c* - дълбочина 18 m.

На фиг. 3 — а, б, в са представени корелационните функции на спектрите на вълнението и техните обвивки. Забелязват се пулсации на обвивката на корелационната функция, които намаляват с дълбочината. Съществува мнение (Крылов, Стрелков, Цыплухин, 1976), че флукутацията на обвивката на корелационната функция е индикатор за наличието на групов строеж на вълнението, а вълнение с корелационна функция от вида, представен на фиг. 3 — а, няма групова структура. Нашите изследвания показват (вж. фиг.1), че вълнението винаги съществува като система от групи вълни. Обвивка на корелационната функция с локални максимуми се получава, когато спектърът на вълнението има два близки пика или когато формата му наподобява правоъгълна. Трудно е да се определи еднозначно, при какво вълнение спектърът има подобна форма. Опитите на Rye (1982) експери-

ментално да изследва връзката между груповия строеж на вълнението и локалните максимуми на обвивката на корелационната функция са се оказали безуспешни, поради статистическата изменчивост на реалното вълнение.

Изводи. Създадените методика и програмни средства позволяват в рутинната обработка на експерименталните данни от вълнението да се включи и получаването на основните характеристики на обвивката. Появилите се напоследък изследвания (Tayfun, 1990; Naess, 1985) показват, че съществува тясна връзка между груповата структура на вълнението и разпределението на неговите елементи. Така тази работа трябва да се разглежда като въстъпителна методична част по изследването на основните характеристики на вълнението, определящо динамиката на водните маси в бреговата зона.

Литература

Бендат, Д., А. Пирсол. 1974. Измерение и анализ случайных процессов., М. Мир. 463 с. Тихонов, В. 1986. Нелинейные преобразования случайных процессов. М., Радио и связь. 295 с. Крылов, Ю., С. Стрелков, В. Цыплухин. 1976. Ветровые волны и их воздействие на сооружения. Л., Гидрометеиздат. 255 с. Agnon, Y., C. Mei. 1988. Excitation of Long Internal Wave by Groups of Short Surface Incident on a Barrier. — J. Fluid Mech., 192, 17-31. Battjes, J. 1988. Surf-Zone Dynamics. — Annual Review Fluid Mech., № 20, 1257-1293. Longuet-Higgins, M. 1975. On the Joint Distribution of the Periods and Amplitudes of Sea Waves. — J. Geoph. Res., 80, 2688-2694. Longuet-Higgins, M. 1984. Statistical Properties of Wave Groups in a Random Sea State. — Phil. Trans. R. Soc. Lond., A312, 219-250. Longuet-Higgins, M., R. Stewart. 1962. Radiation Stress and Mass Transport in Gravity Waves with Application to Surf Beats. — J. Fluid. Mech., 13, 481-504. Medina, J., R. Hudson-

peth. 1990. A Review of the Analyses of Ocean Waves Groups. — Coastal Eng., 14, 515-542. Naess, A. 1985. The Joint Crossing Frequency of Stochastic Processes and its Application to Wave Theory. — Appl. Ocean Res., 7, No1, 35-50. Rice, S. 1944. The Mathematical Analysis of Random Noise. — Bell Syst. Tech. J., 23, 282-332, 46-156. Rice, S. 1958. Distribution of the Duration of Fades in Radio Transmission-gaussian Noise Model. — Bell Syst. Tech. J., 37, 581-635. Rye, H. 1982. Ocean Wave Groups. — Dept. Marine Tech., Norwegian Inst., Rep. UR-82-18. Sand, S. 1982. Long Waves in Directional Seas. — Coast. Eng., 6, 195-208. Tayfun, M. 1983. Frequency Analysis of Wave heights Based of Envelope. — J. Geoph. Res., 88, (c12), 7573-7587. Tayfun, M. 1990. Distribution of Large Wave Heights. — J. Wtrway., Port, Coast., Oc. Eng., ASCE, 16, No6, 686-707. Tucker, M. 1950. Surf Beats: Sea Waves of 1 to 5 min. Period. — Proc. Roy. Soc. Lond., A202, 565-573.

Envelope the wind waves in the coastal zone

Zhivelina Iv. Cherneva, Albena D. Velcheva

(Summary)

This paper describes a method for processing the experimental data in the coastal zone in order to obtain and examine the group properties of the wind waves. Using the method herein described, the wind waves envelope and the envelope of the auto correlation function have been obtained and

compared for various depths as well as the spectra of the waves and of the envelope. The method and the software created, allow to include in the routine processing of the experimental data off wind-generated waves the obtaining of the main characteristics of the envelope.

Постъпила на 2.04.1992 г.