

Математическое моделирование ветрового волнения в болгарском секторе Черного моря

Владимир Ив. Дымов*, Добриня Р. Костичкова**,

Игорь В. Лавренов

*ГОИН (Санкт Петербург)

**Институт океанологии БАН (Варна)

Отсутствия продолжительных рядов наблюдения за сильным штормовым волнением в прибрежной зоне Болгарского сектора Черного моря затрудняет определение функции распределения элементов волн непосредственно по данным наблюдения. По этой причине целесообразно использовать математические модели ветрового волнения, позволяющие по исходной гидрометеорологической информации рассчитывать волны в открытой акватории моря, а затем их трансформации в каждом конкретном районе прибрежной зоне моря. Приведенные ниже математические модели позволяют восстановить не только отсутствующую информацию о волнах на глубокой воде, но и воспроизвести детали пространственного распределения элементов волн с учетом донной топографии, оказывающих влияние на трансформацию волн и их обрушение в прибрежной зоне моря. Они являются в какой то степени аналогичным известной математической модели WAM (Hasselmann et al., 1988) по разнообразию решаемых задач. В большей степени эти модели используют эмперические данные (Теоретические основы и методы..., 1988) и могут быть рассчитаны на ЭВМ и персональных компьютерах со средними возможностями. Основой математического моделирова-

ния ветрового волнения составляет комплекс программ, позволяющих решить поставленную задачу в целом, исходя из значений барического поля. Общая схема расчета представлена на рис.1, где показаны последовательные этапы решения задачи.

Для восстановления барического поля над акваторией Черного моря, используется около пятидесяти гидрометеорологических станции, окружающих акваторию Черного моря (рис.2). Дополнительно к данным атмосферного давления, измеренного на станциях, для восстановления поля могут использоваться данные, снятые с диагностических карт, если поле давления не является малоградиентным и существует необходимость дополнительного учета данных. Учитывая тот факт, что не во всех случаях имеются в наличии значения давления измеренного на станциях, алгоритм восстановления поля давления предусматривает возможность автоматического исключения этих значений из расчета. Восстановление барического поля производится по программе сплайн-интерполяции "LIDA-3" (на ЭВМ типа ЕС или IBM-370) или используя пакет прикладных программ IMSL. Значения барического поля рассчитываются в узлы регулярной сеточной области, составляющей 11 по 14 узлов с шагом 0,5° и 1,0° над ак-

ваторией Черного моря, которая оканчивается покрытой 92 расчетными узлами.

Градиентный ветер рассчитывается по формулам географического приближения. При использовании программы сплайн-интерполяции скорость ветра получается в результате аналитического дифференцирования соответствующих выражений, описывающих барическую поверхность, что позволяет получать более точные значения скорости ветра, чем по обычным конечным разностям, используемым в численных методах. Приводный ветер над акваторией рассчитывается с учетом стратификации пограничного слоя атмосферы (Макова, 1989).

В соответствии с современными представлениями (Теоретические основы и ме-

тоды..., 1988) расчет ветрового волнения выполняется на основе решения уравнения баланса спектральной плотности волнового действия N

$$(1) \frac{dN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial N}{\partial k} \frac{dk}{dt} = G,$$

где $N(k, r, t)$ — спектральная плотность волнового действия, зависящая от волнового вектора $k = (k_x, k_y)$, горизонтальных координат $r = (x, y)$ и времени t ; G — функция источника, описывающая различные физические механизмы, формирующие спектр ветрового волнения

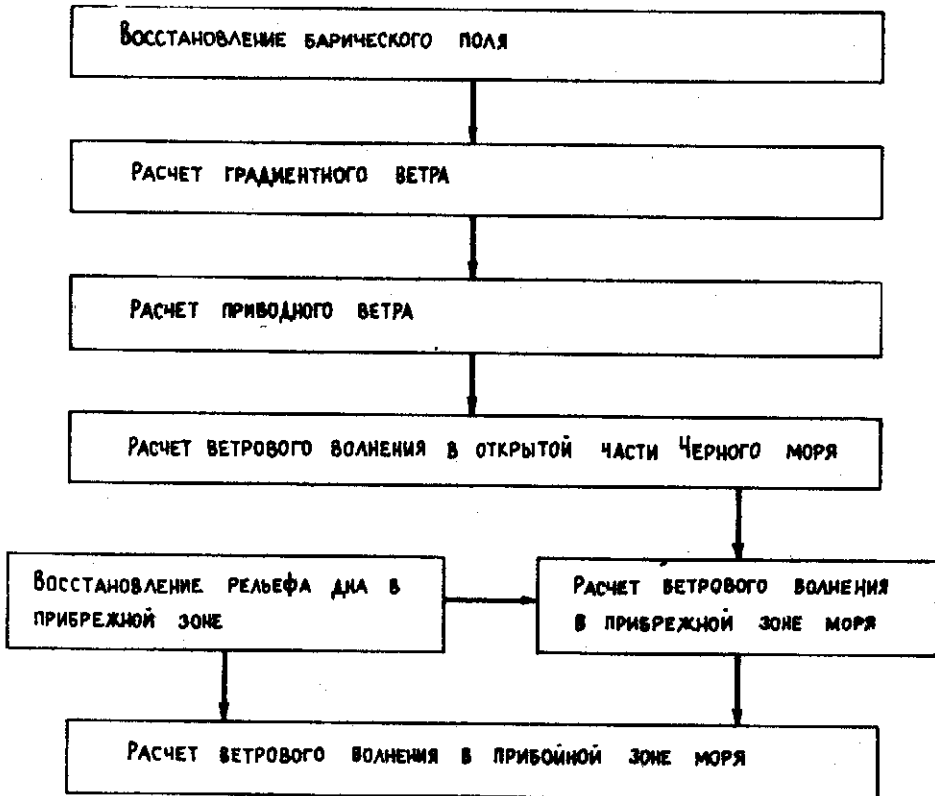


Рис.1. Общая схема расчета волнения

$$(2) \quad \frac{dr}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k}, \quad \frac{dr}{dt} = - \frac{\partial \omega}{\partial r}$$

— характеристики уравнения (1), описывающие распространение волновых пакетов в горизонтально-неоднородной среде, т.е. при наличии пространственно-неоднородного течения $V(r, t)$ и изменяющейся глубины бассейна $h(r)$, $(\omega - v \cdot k)^2 = \omega^2$; $\omega^2 = gkth(kh)$.

В общем случае решение задачи (1) является достаточно сложной, поскольку функция источника G недостаточно изучена и представляет значительные трудности при вычислении. Поэтому задача разбивается на две: расчет волн на глубокой воде, т.е. на открытой акватории моря и расчет трансформации волнения в прибрежной акватории моря. Результат решения первой задачи используется в качестве исходных граничных условий для решения второй задачи.

На глубокой воде в отсутствии течений уравнение (1) упрощается и расчет ветро-

вого волнения выполняется на основе спектрально-параметрической модели ветрового волнения, разработанной в ЛО ГОИН. Модель состоит из двух блоков. Один из них решает систему уравнений относительно параметров аппроксимации спектра, нулевой момент спектра m_0 , частота его спектрального максимума ω_{\max} и генеральное направление волн θ_0 . Общий подход к построению параметрической модели ветрового волнения был разработан в работе Hasselmann et al. (1976), в которой была использована гипотеза существования автоматической формы спектра ветрового волнения. Наш подход отличается от упомянутого по использованию на свои эмпирические зависимости для построения модели подходящие для аппроксимации спектра

$$(3) \quad S(\omega, \theta) = \pi \frac{8}{3} \cos^4(\theta - \theta_0) m_0 \left(\frac{\omega}{\omega_{\max}} \right)^{-n}$$

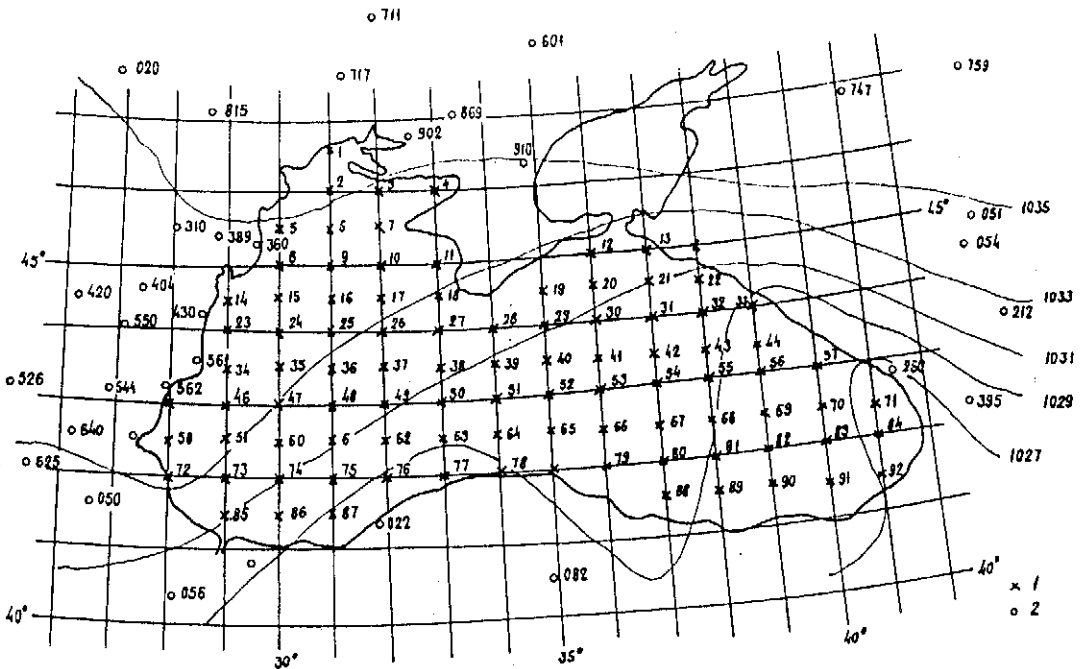


Рис.2. Барическое поле

1 — узлы расчетной сетки; 2 — метеорологические станции

$$\omega^{-1} \exp \left[\frac{n+1}{n} \left(\frac{\omega_{\max}}{\omega} \right)^n \right].$$

В результате подстановки соотношения (3) в уравнение (1) и воздействия на последнее функциональными операторами (Теоретические основы и методы..., 1988) получена следующая система уравнений:

$$(4) \quad \frac{\partial F}{\partial t} + A \frac{\partial F}{\partial x} + B \frac{\partial F}{\partial y} = Z,$$

$$\text{где } F = \begin{pmatrix} m_{\max} \\ m \\ \theta_0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix},$$

$$A = \{A_{ij}\}, \quad B = \{B_{ij}\}.$$

Коэффициенты A_{ij} и B_{ij} определяются по соответствующим аналитическим зависимостям, которые используют эмпирические зависимости между параметрами спектра и безразмерными значениями разгона $\tilde{X} = xg/U^2$ и времени $\tilde{t} = tg/U^2$. Отметим, что использование в модели аппроксимации спектра (3), зависящей от определяющих параметров m_0, ω_{\max} и ω_0 , представляется более удобным, чем в аппроксимации JONSWAP, которая использована в гибридной модели Hasselmann et al. (1976), поскольку в нашем случае существует явные эмпирические зависимости между параметрами для простейших условий волнообразования.

Таким образом, определения параметров спектра ветрового волнения сводится к решению системы уравнения (4). Помимо расчета системы уравнений относительно параметров спектра, модель включает в качестве составного элемента дискретно-спектральный метод описания эволюции зыби, основанный на решении уравнения (1) с нулевой правой частью для частотно-углового спектра $S(\omega_i, \theta_j)$, где $i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$. Задача решается численно, используется неявная схема Лакса-Вендорфа. Теперь в каждой точке пространственной сетки в последовательные моменты времени имеем характеристики ветрового волнения ω_{\max}, θ_0 и зыби $S(\omega_i, \theta_j)$.

Естественно предположить, что при оп-

ределенных условиях зыби и ветровое волнение могут обмениваться энергией. Условия взаимодействия ветрового волнения и зыби строятся на принципах сохранения энергии (Hasselmann et al., 1976). Спектрально — параметрическая модель прошла успешно испытания по системе тестов SWAMP (Hasselmann et al., 1988), а так же верфикацию по натурным данным.

Расчет трансформации ветрового волнения требует знания о глубинах в мелко-

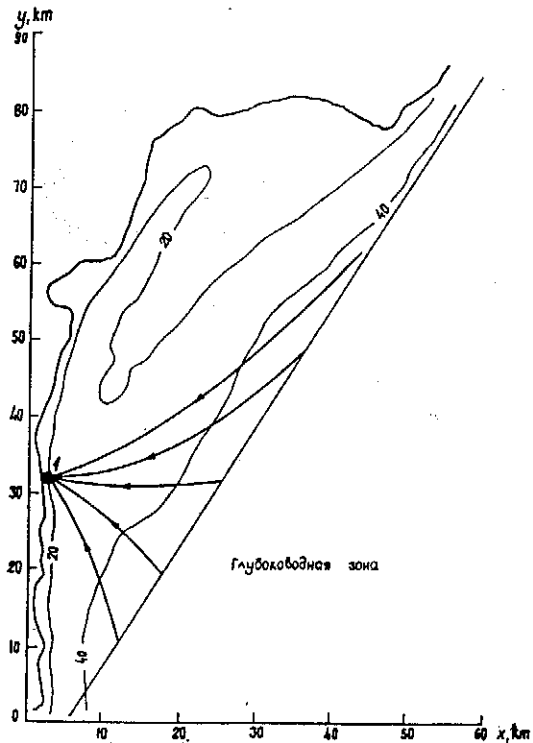


Рис.3. Береговая зона

1 — точка расчета; → — волновой луч

водной прибрежной зоне. Для этого был создан массив глубин, расположенных хаотическим образом. Он был дополнен координатами береговой линии и отражает топографию дна в акватории между мысами Калиакра и Эмине (рис.3). Используя программу интерполяции-триангуляции из пакета прикладных программ IMSL, был рассчитан массив глубин в регулярной сеточной области с шагом 250 на

250 м.

Ветровое волнение в прибрежной мелководной зоне моря рассчитывается на основе использования спектрального уравнения плотности волнового действия (1). При этом отметим, что в горизонтально-неоднородной среде при распространении волн могут возникать особенности, связанные с возникновением каустик. В окрестности каустики нарушаются условия применимости WKБ — приближения, обычно используемого при описании волнового поля. Тем самым возникает необходимость использования более точных асимптотических методов, что в свою очередь значительно усложняет решение задачи. Однако использование спектрального подхода позволяет избежать вышеописанную трудность, возникающую при монохроматическом описании волн. Реальные ветровые волны содержат различные спектральные компоненты с соответствующими разными компонентами волнового вектора $k = \{k_x, k_y\}$. Поэтому для каждой пары значений $\{k_x, k_y\}$ будет существовать своя каустика. Таким образом, вся горизонтальная плоскость $r = \{X, Y\}$ окажется покрытой каустиками. Статистическое усреднение различных волн приведет к тому, что уже в приближении геометрической оптики не потребуются никаких поправок для вычисления спектра при наличии каустик, соответствующим отдельным спектральным компонентам (Теоретические основы..., 1988).

Запишем уравнение (1) в более удобной форме. Для этого перейдем от спектральной плотности действия $N(k, r, t)$ к спектральной плотности энергии $S = S(\omega, \theta)$, которая является функцией от частоты ω и угла $\theta = \text{arctg}(k_y/k_x)$. Уравнение (1) с учетом известного механизма Майлза энергоснабжения волн ветром S и диссипации Gds , связанной с наличием донного трения примет вид

$$(5) \quad \frac{dS}{dt} = \left[b + \frac{1}{2} \frac{f-1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{dy}{dt} \right) + \frac{f+2}{k} \frac{\partial k}{\partial t} \right] S - Gds,$$

$$\text{где } b = \max \left\{ 0; 1,03 \cdot 10^{-3} [U \cos(\theta - \theta_u) - \frac{k}{\omega} - 0,9] \omega \right\}; f = 1 + 2kh / \text{sh}(2kh); \theta_u - \text{угол}$$

между направлением скорости ветра U и осью Ox .

Уравнению (5) соответствует следующая система уравнений для характеристик:

$$(6) \quad \frac{dx}{dt} = C_{gx} + V_x = C_g \cos(\theta) + V \cos(q),$$

$$(7) \quad \frac{dy}{dt} = C_{gy} + V_y = C_g \sin(\theta) + V \sin(q),$$

$$(8) \quad \frac{dk}{dt} = \left\{ \frac{1}{2} g \left(\frac{k}{ch(kh)} \right)^2 \frac{1}{\omega} \right.$$

$$\left. \left(\frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial h}{\partial y} \sin \theta \right) + k \right.$$

$$\left. \left[\cos^2 \theta \left(\frac{\partial v}{\partial x} \cos q - V \sin q \frac{\partial q}{\partial x} \right) + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \sin(2\theta) \left(\frac{\partial v}{\partial x} \sin q + V \cos q \frac{\partial q}{\partial x} + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\partial v}{\partial y} \cos q - V \sin q \frac{\partial q}{\partial y} \right) +$$

$$\left. + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial v}{\partial y} \sin q - V \cos q \frac{\partial q}{\partial y} \right) \right\},$$

$$(9) \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} g \left(\frac{k}{ch(kh)} \right)^2 \frac{1}{\omega k}$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial y} \cos \theta \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-\cos^2 \theta \left(\frac{\partial v}{\partial y} \cos q - V \sin q \frac{\partial q}{\partial y} \right) + \right. \\
& + \frac{1}{2} \sin(2\theta) \left(\frac{\partial v}{\partial x} \cos q - V \sin q \frac{\partial q}{\partial x} - \right. \\
& \left. - \frac{\partial v}{\partial y} \sin q - V \cos q \frac{\partial q}{\partial y} \right) + \\
& \left. + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial v}{\partial x} \sin q + V \cos q \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right],
\end{aligned}$$

$$\text{где } C_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gh(kh)}{k}} \left(1 + \frac{2kh}{sh(2kh)} \right)$$

— собственная групповая скорость волн; q — угол между направлением скорости течения V и осью Ox .

Донная диссипация G_{ds} была принята в соответствии с работой (H a s s e l - m a n n e t a l., 1988)

$$(10) \quad G_{ds} = \Gamma \frac{\omega}{gsh(kh)} S,$$

где $\Gamma = 0,038$.

Для нахождения спектра энергии и его параметров (средней высоты, длины, периода и т.д.) необходимо проинтегрировать уравнение (5) вдоль характеристик (6) — (9). Это интегрирование необходимо выполнить для дискретного набора волновых чисел k_i и направлений θ_j . Однако, начальные точки фазового пространства лучей $\{x_{ij}, y_{ij}, k_i, \theta_j\}$, дающие вклад в расчетный спектр и с которых должно начинаться интегрирование лучей, заранее не известно. Поэтому реализация задачи обычно состоит из двух этапов. На первом решается обратная задача: исходя из расчетной точки $\{x_o, y_o, k_{io}, \theta_{jo}\}$, находятся лучи и соответствующие им начальные точки $\{x_{ij}, y_{ij}, k_i, \theta_j\}$. При этом система уравнений решается „назад“, т.е. при $t \rightarrow -t$. После нахождения точек $\{x_{ij}, y_{ij}, k_i, \theta_j\}$ уравнения (6) — (9) совместно с уравнением переноса энергии (5) интегрируются

„вперед“ вдоль лучей и тем самым находится спектральная плотность энергии в расчетной точке $\{x_o, y_o, k_{io}, \theta_{jo}\}$.

Описанный выше алгоритм позволяет решить поставленную задачу при достаточно широком классе функций источника G . Однако он достаточно трудоемок и в результате интегрирования „вперед“ и „назад“ приводит к накоплению численных ошибок. Выполнение численных расчетов можно существенно упростить, сократить время счета и значительно уменьшить погрешность расчета, если предположить, что в исходном уравнении (1) функция источника G такова, что уравнение допускает разделение переменных. Так например если функция источника имеет вид: $G = F(N)a(k, r, t)$, то уравнение (1) можно переписать в виде

$$(11) \quad \frac{dN}{dt} \frac{1}{F(N)} = a(k, r, t).$$

Решая это уравнение совместно с системой уравнений для характеристик (2) можно получить решение и представить его в виде

$$(12) \quad Z = Z_0 + \int a(k, r, t) dt,$$

где интеграл берется вдоль характеристики, идущей от расчетной точки до границы, с которой в рассматриваемую акваторию поступают волны. Функция Z определяется как $dZ = dN/F(N)$. В частности, если $F = N$, как это имеет место в формуле диссипации (10), то $Z = \ln(N)$. Обращая t на $-t$, можно получить, что решение для S в расчетной точке определяется соотношением

$$(13) \quad S(k, \theta, r, t) = \frac{\omega k}{\omega_0 k_0} S_0(k_0, \theta_0, r_0, t_0)$$

$$\exp \int a(k, r, t) dt,$$

где S_0 — значение спектра на исходной границе, а величины k_0, θ_0, r_0 и t_0 находят-

ся в результате решения уравнений (2) и являются функциями от значений k, r, t в расчетной точке

$$(14) \quad \{k_0, \theta_0, r_0, t_0\} = \Phi(k, \theta, r, t).$$

Описанные соображения позволяют значительно сократить процедуру расчета. Для этого необходимо один лишь раз для конкретной прибрежной точки рассчитать значения (14) и интеграла от функции $a(k, r, t)$, что фактически выполняется одновременно, для дискретного набора волновых чисел k_i и направлений θ_j и записать их на магнитный носитель памяти ЭВМ. В дальнейшем достаточно при любом виде исходного спектра S_0 использовать ранее

расчитанные значения элементов и по соотношению (13) определить значение спектра в расчетной точке. Время выполнения численного расчета при повторных обращениях к программе составляет порядка десятка секунд, что дает возможность использовать описанный метод в оперативных расчетах. Таким образом, если к примеру выполняется расчет прогноза ветрового волнения на глубоководной акватории Черного моря, то информацию о параметрах волн в прибрежной зоне, где они обладают большой пространственной неоднородностью, можно легко получить, не увеличивая существенно при этом затраты времени счета и оперативной памяти ЭВМ.

Используя описанную комплексную модель, был выполнен расчет волн на акватории Черного моря и их трансформации в районе станции Шкорпиловцы.

В численном эксперименте была воспроизведена штормовая ситуация за 10.10 – 12.10.1977. Во время этого шторма в прибрежной зоне выполнялись инструментальные измерения волнения. Однако, измерения волн на глубокой воде, в открытом море отсутствовали. На рис.4 представлены барические поля за два синоптических срока: 15 ч. 10.10.1977г. и 9 ч. 11.10.1977г. Метеорологическая ситуация определялась циклоном, распространяющимся в северо-восточном направлении.

На акватории Черного моря численный расчет выполнялся в сеточной области, содержащей 92 расчетные точки. На рис.5

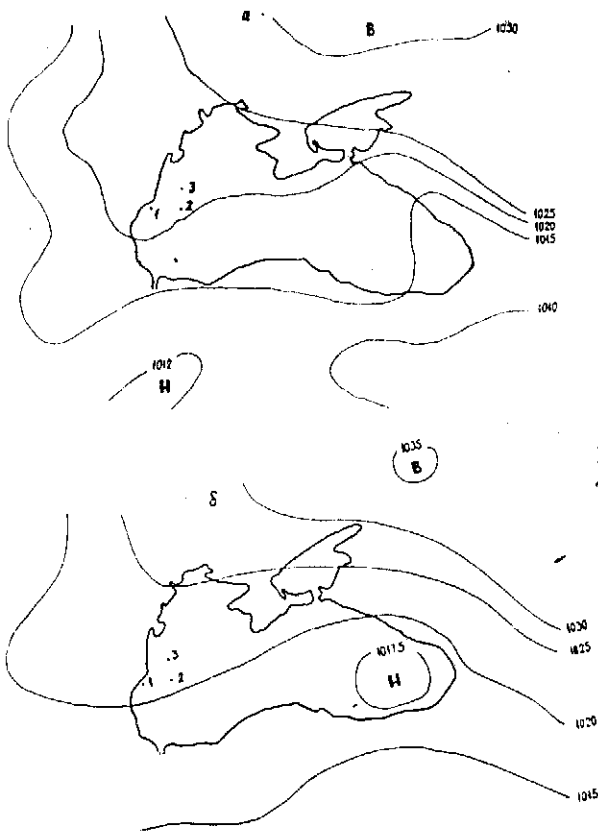


Рис.4. Схема барического поля
а – 10.10.1977 г. 15.00 ч.; б – 11.10.1977 г. 9.00ч.;
1, 2, 3 – глубоководные расчетные точки

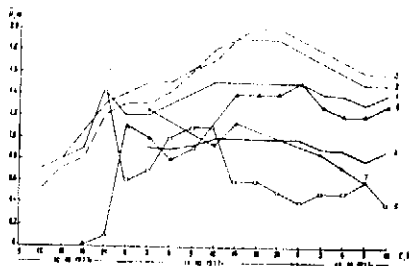


Рис.5. Расчет высот волн по модели в глубоководных точках (1, 2, 3) и прибрежной точке (4). Ветровое волнение (5) и зыбь (6) в точке 1. Измеренная высота волн на глубине 10 м (7)

представлены результаты расчета высот волн в трех глубоководных точках, близ расположенных к станции измерения волнения. Ближайшая к станции точка 1 (рис.4) находилась на глубине 22 м. Средняя высота волны, полученная в ней, представлена на этом же графике в виде разложения на ветровую и зыбовую составляющие. Как видно из графика, в начале развития шторма волнение было только ветровое. По мере развития волнения и прохождения циклона над акваторией Черного моря в расчетной точке стала наблюдаться зыбь, которая затем стала преобладать над ветровой составляющей.

В прибрежной зоне ветровое волнение рассчитывалось в точке, где глубина составляла 10 м. В этой же точке имелись и инструментальные измерения волнения. Как видно из рис.5, между измеренными значениями наблюдается достаточно хорошее соответствие. Высота трансформи-

рованной волны уменьшилась и стала составлять 64% от исходного значения на глубокой воде (в точке 1). Вместе с тем на начальной стадии развития волнения (до бч. 11.10.1977) измеренная в прибрежной зоне волна была заметно больше расчетной. Это расхождение можно объяснить тем, что в модели трансформации не учитывалось локальное действие ветра.

Следует отметить, что возможность использования линейных спектральных моделей трансформации волн на мелководье до зоны их обрушения подтверждается многочисленными экспериментальными данными (Крылов, Стрекалов, Цыплухин, 1976), полученными для волн зыби, так же и для чисто ветрового волнения в тех случаях, когда уклоны дна в прибрежной зоне составляют более 0,001 и незначительные эффекты не успевают накопиться на участке трансформации волн.

Литература

Крылов, Ю. М., С. С. Стрекалов, В. Ф. Цыплухин. 1976. Ветровые волны и их воздействие на сооружения. Л., Гидрометеоздат. 256 с.
Макова, В. И. 1989. Методика расчета полей ветра по полям атмосферного давления. — Тр. ГОИН, вып. 185, 23 — 33. Теоретические основы и методы расчета ветрового волнения. 1988 (под ред. Давида-

на И. Н.). Л., Гидрометеоздат. 264 с. Hasselmann, K. et al. 1976. A parametric wave prediction model. — J. Phys. Oceanogr., 6, №2, 200-228. The WAMDI group: Hasselmann, S. et al. 1988. The WAM model-A third generation ocean wave prediction model. — J. Phys. Oceanogr., 18, №12, 1775-1810.

Mathematical simulation of wind-generated waves in the Bulgarian sector of the Black Sea

Vladimir Iv. Dimov, Dobrina R. Kostichkova,
Igor V. Lavrenov

(Summary)

The mathematical simulation of wind-generated waves is represented as successive determination of the barric field, the gradient and the generating winds, the wind-waves in the deep-water, the shallow-water and in the surf zone. The calculation of the wind-generated waves is based on the solution of the equation of the spectral density balance of the

wave impact and, at absence of currents in the deep-water — on the spectral-parametric model created in LOGOIN.

The numerical results and their comparison with measured full-scale data in the coastal zone are shown for a concrete zone of the Bulgarian coast and for a concrete storm situation.