

Определяне коефициента на турбулентна дифузия във вълновия поток

Веселин Д. Пейчев

Институт по океанология, БАН (Варна)

Решението на основното уравнение на дифузионната теория за относителното вертикално разпределение на концентрацията на плаващи наноси във вълнови поток при условия на монохроматична вълна и еднородни по размер дънни седименти има следния вид:

$$C_{(z)} = C_c \cdot \exp\left(-\int_c^z \frac{\omega \cdot dz}{\epsilon}\right) \quad (1)$$

където z е вертикална координата, насочена от дъното към повърхността; C_c - концентрацията на наносите на фиксиран хоризонт $z=c$; ω - хидравлична сдрина на наносите; ϵ - коефициент на турбулентна дифузия.

Окончателният вид на израза за $C_{(z)}$ напълно се определя от вида на коефициента ϵ .

В зоната на трансформация на вълните без разрушаване в основната мощност на вълновия поток (при $0,2h < z < h$, където h е дълбочината на морето), коефициентът на турбулентна дифузия е се определя като сума от коефициента на турбулентна дифузия, вследствие орбиталното движение на течността ϵ_1 и коефициента на турбулентен обмен, породен от наличието на вертикален градиент на вълновите скорости ϵ_2 . (Kosyap 1985)

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \frac{\gamma \cdot H^2 \cdot \text{sh}^2 kz}{2\sqrt{2} \cdot T \cdot \text{sh}^2 kh} + \frac{\partial^2 \gamma \cdot H^2 \cdot \text{sh}^2 2kz}{36 \cdot T \cdot \text{sh}^2 kh \cdot \text{ch}^2 2kz} \quad (2)$$

където H , l , T са височина, дължина и период на вълната съответно; $k = 2\pi/\lambda$ - вълново число; $\chi = 0,4$ - константа на Карман.

Коефициентът ϵ_1 е получен от първото приближение на теорията на Стокс (линейна теория на вълните), а ϵ_2 е определен по формула, предложена от Шебалин (1957).

Съпоставянето между пресметнатите по формула (2) и получените от лабораторни опити резултати е удовлетворително (NaKkato et al 1977; Керемедчиев 1982). Необходимо е да се отбележи, че всички лабораторни опити са проведени с монохроматични повърхностни вълни и монофракционен дънен материал. Поради това е необходима проверка на уравнение (2) въз основа на резултати от експериментални изследвания в натурни условия, където вълнението не е монохроматично, дънните седименти са полифракционни, а върху полето на концентрация на наносите оказват въздействие и вълнови течения, които решението не отчита. Определен интерес представлява и съпоставянето с натурни данни на коефициента на турбулентна дифузия, вследствие орбиталното движе-

ние на течността, получен от второто приближение на теорията на Стокс - ϵ_2

$$\epsilon_2 = \beta_1 \sqrt{v^2 \cdot t} \quad (3)$$

където β_1 е коефициент на корелация между периодичните компоненти на концентрацията и вертикалната скорост на твърдата частица; v - вертикална съставляваща на скоростта на движение на твърдата частица по орбита;

$$l = H/2 \cdot \text{sh}kz/\text{sh}kh - \text{път на смесване.}$$

В основната мощност на вълновия поток изоставянето на частицата спрямо движещата се течност е пренебрежимо малко и в този случай $\beta_1 = 1$ (Анцыферов, Косьян 1986).

Вертикалната съставляваща на орбиталната скорост е

$$v = \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\text{sh} \cdot kz}{\text{sh} \cdot kh} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] + \frac{3\pi^2 H^2}{4\lambda T} \cdot \frac{\text{sh} \cdot 2kz}{\text{sh}^2 \cdot kh} \cdot \sin \left[4\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (4)$$

където t е време, x - хоризонтална координата, насочена по разпространението на вълните.

След осредняване на квадрата на вертикалната съставляваща за време, равно на периода на вълната при $x = 0$ получаваме:

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt = \frac{\pi^2 \cdot H^2 \cdot \text{sh}^2 \cdot kz}{2T^2 \cdot \text{sh}^2 \cdot kh} \cdot \left(1 - \frac{9\pi^2 H^2 \text{ch}^2 \cdot kz}{4\lambda^2 \text{sh}^2 \cdot kh} \right) \quad (5)$$

Замествайки (5) в (3) получаваме уравнение за коефициента ϵ_2 .

$$\bar{\epsilon}_2 = \frac{\pi \cdot H^2}{2\sqrt{2} \cdot T} \cdot \frac{\text{sh}^2 \cdot kz}{\text{sh}^2 \cdot kh} \sqrt{1 - \frac{9\pi^2 H^2 \text{ch}^2 \cdot kz}{4\lambda^2 \text{sh}^2 \cdot kh}} \quad (6)$$

Тогава коефициентът на турбулентна дифузия е ще бъде

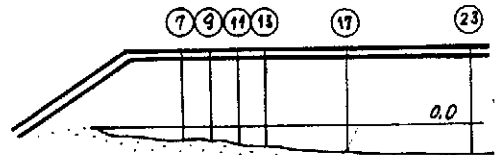
$$\epsilon' = \bar{\epsilon}_2 + \epsilon_1 \quad (7)$$

За прогнозиране вертикалното разпределение на концентрацията на плаващи наноси е необходимо използването на изчислителни методи, чиито резултати са максимално близки до тези; получени от натурни изследвания. Особен интерес представлява сравнението между теоретичните данни за коефициента на

турбулентна дифузия в основната мощност на вълновия поток, получени по формули (2) и (7) при първо и второ приближение на теорията на Стокс с данни от натурни изследвания по Българското черноморско крайбрежие, което е извършено в настоящата работа. За целта са използвани данните, получени по време на литодинамичния експеримент „Шкорпиловци 85“.

Методиката за определяне концентрацията на плаващите наноси е описана от Анцыферов (1987); Леонтьев и др (1991). По време на експеримента паралелно са регистрирани параметрите на вълнението чрез струнни вълнографи, вълновите скорости с датчици ВДК, дълбочината на морето с твърд лот и концентрацията на плаващи наноси в няколко пункта, разположени на изследователската естакада край с.Шкорпиловци. Информацията от датчиците за параметрите на вълнението и нормалната и надлъжно-брегова скорост на теченията са записани на магнитна лента и обработени с ЕИМ. Концентрацията на наноси е измервана с наносоуловители касетъчен тип, конструирани в ИО - БАН и разположени през интервал от 10см вертикално над дъното до височина 150см над него. Схемата на разположението на пунктовете е представена на фиг.1, а измерената концентрация на плаващите наноси - в табл.1.

От получените данни за вълновите параметри и дълбочината на морето в отделните пунктове (табл.2) по формули (2) и (7) теоретично бе определен коефициентът на турбулентна дифузия,



фиг.1 Схема на разположение на пунктовете по изследователската естакада

табл.7 Измерена концентрация на плаващи наноси по пунктове и серии

хоризонт	п у н к т 7				п у н к т 9		п у н к т 11			
	серия А-4		серия А-5		серия А-3		серия А-3		серия А-5	
	14.10.1985		15.10.1985		12.10.1985		12.10.1985		15.10.1985	
час	16.04. - 17.04.		12.25 - 12.55		17.16 - 18.16		17.16 - 18.16		12.25 - 12.55	
г	абс.		абс.		абс.		абс.		абс.	
	конц.	конц.	конц.	конц.	конц.	конц.	конц.	конц.	конц.	конц.
см	q	с	q	с	q	с	q	с	q	с
	(g/h)	(g/l)	(g/h)	(g/l)	(g/h)	(g/l)	(g/h)	(g/l)	(g/h)	(g/l)
10	41.67	0.700	713.28	11.983	87.71	1.474	58.72	0.986	128.44	2.158
20	18.18	0.305	289.02	4.856	34.55	0.580	24.90	0.418	51.86	0.871
30			237.24	3.986	18.70	0.314	19.00	0.319	21.04	0.353
40	8.26	0.139	193.00	3.242	14.55	0.244	7.25	0.122	12.50	0.210
50	5.47	0.092	171.64	2.884	9.01	0.151	4.07	0.068	6.84	0.115
60	4.42	0.074	149.80	2.517	7.20	0.121	2.70	0.045	5.80	0.097
70	3.20	0.054	143.14	2.405	5.46	0.092	1.15	0.019	4.36	0.073
80	2.50	0.042	127.72	2.146	3.60	0.060	1.07	0.018	3.80	0.064
90	1.95	0.033	116.82	1.963	2.85	0.048	0.70	0.012	3.76	0.063
100	1.43	0.024	104.86	1.762	2.11	0.035	0.49	0.008	3.02	0.051
110	1.11	0.019	85.80	1.441	1.46	0.025	0.36	0.006	2.80	0.047
120			73.22	1.230	1.37	0.023	0.29	0.005	2.44	0.041
130	0.88	0.015	46.20	0.776	0.93	0.016	0.20	0.003	1.90	0.032
140			36.54	0.614	0.62	0.010	0.19	0.003	1.90	0.032
150	0.52	0.009	27.76	0.466	0.65	0.011	0.16	0.003	1.80	0.030

табл. 1 - продължение

хо- ри- зонт	пункт 13						пункт 17		пункт 23			
	серия А-5		серия А-7		серия А-8		серия А-7		серия А-7		серия А-8	
	15.10.1985		16.10.1985		17.10.1985		16.10.1985		16.10.1985		17.10.1985	
час	час		час		час		час		час		час	
12.25-12.55	18.00- 19.00		11.34-12.34		18.00- 19.00		18.00- 19.00		18.00- 19.00		11.34- 12.34	
z см	абс.		абс.		абс.		абс.		абс.		абс.	
	конец q (g/h)	конец с (g/l)	конец q (g/h)	конец с (g/l)	конец q (g/h)	конец с (g/l)	конец q (g/h)	конец с (g/l)	конец q (g/h)	конец с (g/l)	конец q (g/h)	конец с (g/l)
10	236.8	3.978	47.19	0.793	27.90	0.469	35.87	0.603	140.1	2.354	144.3	2.424
20	112.9	1.897	30.30	0.509	20.60	0.346	19.30	0.324	39.50	0.664	64.50	1.084
30	53.00	0.890	17.80	0.299	13.50	0.227	11.70	0.197	17.88	0.300	33.51	0.563
40	28.38	0.477	11.98	0.201	9.37	0.157	6.12	0.103	9.20	0.155	21.55	0.362
50	15.60	0.262	7.75	0.135	7.00	0.118	3.80	0.064	6.51	0.109	16.00	0.269
60	10.00	0.168	6.00	0.101	5.38	0.090	2.70	0.045	4.20	0.071	9.60	0.161
70	6.00	0.101	4.84	0.081	4.30	0.072	1.79	0.030	3.21	0.054	7.40	0.124
80	3.60	0.060	2.90	0.049	3.55	0.060	1.30	0.022	2.39	0.040	5.41	0.091
90	2.52	0.042	2.16	0.036	3.15	0.053	1.10	0.018	1.80	0.030	4.15	0.070
100	1.80	0.030	1.49	0.025	2.86	0.048	0.94	0.016	1.30	0.022	3.08	0.052
110	1.48	0.025	0.90	0.015	1.48	0.025	0.69	0.012	0.98	0.016	2.11	0.035
120	1.36	0.023	0.90	0.015	2.20	0.037	0.70	0.012	0.80	0.013	1.60	0.027
130	1.10	0.018	0.85	0.014	1.90	0.032	0.50	0.008	0.61	0.010	1.40	0.024
140	0.96	0.016	0.69	0.012	1.72	0.029	0.48	0.008	0.50	0.008	1.21	0.020
150	0.90	0.015	0.70	0.012	1.60	0.027	0.48	0.008	0.40	0.007	1.08	0.018

чието стойност е сравнена с натурната, получена от измерената концентрация на наносуловителите, поставени по време на експеримента. Пыхов, Дачев (1982) установяват, че в зоната на трансформация и разрушение на вълните подинтегралният израз във формула (1) се изменя по степенен закон с изменението на z.

$$\frac{\omega(z)}{\xi(z)} = \frac{\bar{\omega}(c)}{\bar{\xi}(c)} \cdot \left(\frac{z}{c}\right)^{-k} \quad (8)$$

където $\omega_{(z)}$, $\xi_{(z)}$ са средната хидравлична едрина и коефициент на турбулентна дифузия на хоризонт z; $\omega_{(c)}$ и $\xi_{(c)}$ - средна хидравлична едрина и коефициент на турбулентна дифузия на нормиращ хо-

ризонт с.

От (8) получаваме:

$$\xi(z) = \frac{\omega(z)}{\frac{\bar{\omega}(c)}{\bar{\xi}(c)} \cdot \left(\frac{z}{c}\right)^k} \quad (9)$$

Решението на (1) в общия случай при $\alpha \neq 1$ е

$$\mathcal{L}_n \frac{C(z)}{C(c)} = -\beta \frac{(1 - (\frac{z}{c})^{1-k})}{k-1} \quad (10)$$

където

$$\beta = \frac{\bar{\omega}(c) \cdot c}{\xi(c)} \quad (11)$$

За определяне на $\xi_{(z)}$ от натурните данни е необходимо изчисляването на коефициентите α и β и след това на $\xi_{(c)}$. За нормиращ хоризонт е избран $c = 0,2\text{м}$,

табл.2 Измерени вълнови параметри

П	С	Дъл-бо-чи-на h, м	Средни вълнови параметри			Вълнови параметри с обезпеченост 13%			Коефициенти		Сред-но квадр. откл. σ	Хидравлична едрина на хоризонт с ω^c , cm/s	Хориз. с коэф. на турб. дифуз. ξ^c , cm ² /s
			Дъл-жина λ_b , м	Период T, s	Височина H, cm	$\lambda_{13\%}$, m	$T_{13\%}$, s	$H_{13\%}$, cm	α	β			
7	A-4	1,75	15,6	3,23	42,0	24,4	4,84	65,2	1,71	4,70	0,27	4,1	17
7	A-5	1,63	17,6	4,53	62,6	27,1	6,79	95,2	1,65	2,80	0,39	6,9	49
9	A-3	2,42	16,0	2,96	49,6	25,8	4,44	77,4	1,72	5,38	0,39	3,8	14
11	A-3	2,90	17,1	2,87	42,2	28,0	4,30	66,4	1,76	6,41	0,31	3,8	12
11	A-5	2,98	22,7	4,21	74,2	36,0	6,31	115,0	1,79	6,02	0,17	4,1	14
13	A-5	3,27	23,5	4,37	77,1	37,6	6,55	119,7	1,79	6,25	0,29	4,2	13
13	A-7	3,27	28,8	3,83	65,1	45,2	5,74	101,6	1,74	5,14	0,34	3,8	15
13	A-8	3,36	23,8	3,85	72,1	38,1	5,78	112,3	1,71	3,82	0,25	3,2	17
17	A-7	3,45	29,5	4,18	80,9	46,3	6,27	125,6	1,76	5,08	0,16	3,9	15
23	A-7	4,12	31,7	3,03	63,3	50,2	4,54	99,5	1,76	5,81	0,32	3,9	13
23	A-8	4,24	26,0	3,91	78,1	42,2	5,86	122,2	1,74	5,40	0,33	4,0	15

където практически дънният транспорт на наноси не влияе. $C_{(z)}$, $C_{(c)}$, $\omega_{(z)}$, ω_c са известни от натурните данни като хидравличната едрина е определена от среднотежестния диаметър на наносите по номограмата на Swart (1976).

За намиране на коефициентите α и β всеки от измерените профили на концентрация е апроксимиран по метода на най-малките квадрати по формула (10) за различни α . За всяко α е определяна стойността на β и средноквадратичното отклонение σ за логаритъма на относителната концентрация.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left[\ln \left(\frac{C(z)_i}{C(c)_i} \right) - \ln \left(\frac{C(z)}{C(c)} \right)_{t_i} \right]^2}{n}} \quad (12)$$

където c_i са експерименталните данни, t_i - данните, пресметнати по апроксимиращата права от (10), n - брой на хоризонтите, където е проведено измерване по профила на концентрация.

Чрез последователно приближение са определени оптималните стойности на a и b , при които средноквадратичното отклонение е минимално. След това от (11) е определено $\epsilon_{(c)}$. За изчисленията на коефициента на турбулентна дифузия е бяха подбрани 11 представителни профили с максимално количество наноси, задържани в наносоуловителите, на които е извършен зърнометричен анализ за всички хоризонти.

Получените натурни данни са отразени в табл.2. Обезпечеността на „значимите вълни“ (Sverdrup, Munk 1947) е определена въз основата на измерване на ветровото вълнение на полигон Шкорпиловци като са съпоставени периодите на максимум на спектралната плътност (T_p) със средния период на вълните (T).

$$T_p = \gamma \cdot T \quad (13)$$

Установено е (Белберов и др. 1980), че в условията на плитководието γ варира в границите от 1,4 до 1,6. В конкрет-

ния случай е приета средна стойност $\gamma=1,5$.

Обезпечеността е определена от функциите на разпределение:

$$F\left(\frac{T}{T'}\right) = \exp\left[-0,684\left(\frac{T}{T'}\right)^{2,7}\right]$$

$$F\left(\frac{H}{H'} \cdot h^{\alpha'}\right) = \exp\left[-\Gamma^{2,7 \cdot \alpha'} \left(\frac{1}{2 \cdot H'} \cdot 1\right) \cdot \left(\frac{H}{H'}\right)^{2,7 \cdot \alpha'}\right]$$

където $h^{\alpha'} = \frac{\bar{H}}{h}$

за дълбоководието

$$\lambda_0 = \frac{g \cdot T^2}{2\pi} = 156 \cdot T^2$$

за дълбочина h

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \tanh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot h\right)$$

За проведените серии в съответните пунктове за всеки хоризонт от основната мощност на вълновия поток бе извършено съпоставяне на коефициента на турбулентна дифузия, получен от резултатите от натурния експеримент ϵ_E с теоретично изчислените коефициенти на турбулентна дифузия за средни вълнови параметри при първо и второ приближение на теорията на Стокс - съответно ϵ_1 и ϵ_2 и за „значими вълни“ с обезпеченост 13% при първо и второ приближение на теорията на Стокс - съответно ϵ_{1sign} и ϵ_{2sign} . Получените резултати са отразени в табл.3.

Анализът на данните показва равномерно повишаване на коефициента на турбулентна дифузия от дъното към повърхността с начални и крайни граници, представени в табл.3. Коефициентът на турбулентна дифузия ϵ , изразен чрез (2) е формиран основно в резултат на орбиталното движение на течността - ϵ_1 . Незначителен е приносът на турбулентния обмен, породен от наличието на вертикален градиент на вълновите скорости - ϵ_2 . Във всички пунктове и серии ϵ_1 има стойност по-ниска от $10 \text{ cm}^2/\text{s}$ с изключение на пункт 7 серия А5, където достига $34 \text{ cm}^2/\text{s}$. Характерни за този

табл.3 Сравнение между експериментално и теоретично определените коефициенти на турбулентна дифузия

Пункт	Серия	Коефициент на турбулентна дифузия, $\text{cm}^2/\text{сек}$				
		ϵ_E	Теоретичен			
			ср. вълн. парам.		характ. 13% вълни	
			ϵ_1	ϵ_2	$\epsilon_1 \text{sign}$	$\epsilon_2 \text{sign}$
7	A4	55 - 251	27 - 217	31 - 261	48 - 370	57 - 440
7	A5	150 - 1131	52 - 770	67 - 850	85 - 1246	116 - 1694
9	A3	47 - 279	11 - 194	12 - 214	37 - 399	44 - 473
11	A3	37 - 157	9 - 60	10 - 64	19 - 145	21 - 161
11	A5	41 - 157	22 - 134	24 - 156	38 - 242	47 - 298
13	A5	45 - 166	18 - 113	21 - 130	33 - 208	40 - 254
13	A7	49 - 227	16 - 119	17 - 138	28 - 213	32 - 242
13	A8	43 - 361	17 - 105	19 - 119	31 - 445	37 - 529
17	A7	45 - 201	20 - 124	23 - 140	35 - 220	42 - 262
23	A7	36 - 173	11 - 161	12 - 172	21 - 159	23 - 174
23	A8	45 - 234	11 - 162	12 - 179	22 - 316	26 - 368

пункт и серия са високите експериментални и теоретични стойности на ϵ . Вероятно по време на измерванията при него е протичало разрушаване на вълните, обуславящо интензивен турбулентен обмен. Теоретичното определяне на коефициента на турбулентна дифузия по средни вълнови параметри при всички случаи дава занижени стойности в сравнение с експерименталните данни. Вероятното обяснение е, че основният пренос на наноси и турбулизиция на водните маси се осъществява от по-високите т.нар. „значими вълни“. Същевременно теоретичното определяне на коефициента на турбулентна дифузия за „значими

вълни“ при второ приближение на теорията на Стокс в повечето случаи дава завишени резултати в сравнение с получените експериментално. Причината за това е бързото нарастване на подкоренната величина в израза за ϵ_2 в (6) с нарастването на z .

Анализът показва най-добро съвпадение с натурните данни за теоретичното определяне на коефициента на турбулентна дифузия, получен за „значими вълни“ с 13% обезпеченост при първо приближение на теорията на Стокс - $\epsilon_{1\text{sign}}$, което се препоръчва при бъдещи изчисления.

ЛИТЕРАТУРА

Анцыферов С. М. Методика определения концентрации взвешенных наносов в верхней части шельфа. М. 1987 с.64

Анцыферов С. М., Р. Д. Косьян. Взвешенные наносы в верхней части шельфа. М. „Наука“ 1986 с.222

Белберов З. К., Д. Р. Костичкова, Ж. И. Чернева. Трансформация статистических характеристик ветрового волнения в прибрежной зоне полигона „Камчия“. В „Взаимодействие атмосферы, гидросферы и литосферы в прибрежной зоне моря (Камчия - 77)“. С. изд. БАН 1980 с.161 - 166.

Керемедчиев Ст. Морфодинамичен анализ на профила на равновесис от вълновите параметри и наклона на дъното в лабораторни условия. Океанология №9 1982, С., с.54-63.

Леонтьев И. О., Н. В. Пыхов, В. Ж. Дачев, В. Д. Пейчев. Натурные исследования вдольберегового транспорта наносов. Океанология №20 1991, С., с.50 - 61.

Пыхов Н. В., В. Ж. Дачев. Модель для расчета вертикального профиля концен-

трации взвешенных осадков в зоне деформации и разрушения волн. В „Взаимодействие атмосферы, гидросферы и литосферы в прибрежной зоне моря“ („Камчия - 78“). С.Изд.БАН 1982 с.146 - 157 Шибалин О.Д. Турбулентная вязкость в мелководном море, обусловленная волнением. Докл. АН СССР 1957 т.116 №4 с.934 - 939

Kosyan R. D. Vertical distribution of suspended sediment concentrations seawards of the breaking zone. Coastal Eng. 1985 vol.9

Nakato T., Locher F.A., Glover I.R., Kennedy I.F. Wave entrainment of sediment from rippled beds. I. Waterway Port Coast and Ocean Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 1977 p.83 - 100

Sverdrup H. V., Munk W. H. Wind, Sea and Swell. Theory of Relations for Forecasting. Hydrogr. office publ. №601 1947, p.44

Swart D. H. Computation of longshore transport. Delft Hydraulic. Lab. Rep. Inv. 1976

Determination of diffusion turbulent coefficient in wave flow

Vesselin D. Peichev

SUMMARY

On the basis of natural observation on the vertical distribution of suspended sediment concentrations diffusion coefficient is calculated. Experimental diffusion turbulent coefficient and theoretical diffusion

coefficient for average wave are compared. The best

results is received when operating on wave characteristics corresponding to 13% spectral density.