

ФИЗИКА НА МОРЕТО

Фаза на ветровото вълнение в бреговата зона

Живелина Ив. Чернева, Албена Д. Велчева

Институт по океанология, БАН (Варна)

Въведение. Груповият строеж на ветровите вълни е важна характеристика на вълнението, на която в последно време се отделя все по-голямо внимание при решаването на редица практически задачи в бреговата зона. Съществуват различни подходи за изучаването на вълновите групи [Goda, 1983; Rye, 1982; Elgar et al., 1974], които дават статистически оценки на различни характеристики на групата. Един сравнително нов метод, върху който се работи усилено през последните години [Melville, 1983; Tayfun, 1983; Hudspedth, Medina, 1988], е свързан с представянето на реалното вълнение, като аналитичен сигнал. Теорията на аналитичните сигнали е добре развита в литературата по радиофизика [Тихонов, 1986]. Съгласно тази теория ветровото вълнение може да се представи, като реалната част на комплексен аналитичен процес, чиито основни характеристики са обвивката и фазовата функция. Главно внимание досега е отделено на обвивката, тъй като тя е пряко свързана с познатите средни характеристики на вълнението. Макар че тези характеристики дават доста информация, резултатите по своята същност са обобщени и не могат да се приложат за всяка конкретна вълна по отделно. Huang, Long

и др. [1992] предлагат изменението на обвивката и фазата с времето да се използва при изследване на локалните свойства на вълнението.

Нашата цел е: да се прецизират някои понятия, използвани в радиофизиката при пренасянето им върху изследванията на ветровото вълнение; да се създаде методика за получаване на фазовата функция; да се направят първи изследвания на изменението на локалните свойства на ветровото вълнение от дълбока до плитка вода, чрез едновременно разглеждане на фазовата функция и обвивката.

Особеностите на обвивката на ветровото вълнение в бреговата зона, както и методиката за нейното получаване по експериментални данни, са подробно описани от Чернева, Велчева [1992]. Естествено продължение на това изследване е настоящата работа, в която се набляга на другата основна характеристика на вълнението - фазовата функция.

Теоретични бележки. Нека трептенето на свободната повърхност $h(t)$ е стационарна случайна функция на времето t , а $\hat{\eta}(t)$ е Хилбертовата трансформация на $\eta(t)$.

$$\hat{\eta}(t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\eta(x)}{t-x} dx \quad (1),$$

където интегралът е в смисъла на

Коши.

Комплексният процес:

$$\xi(t) = \eta(t) + j\hat{\eta}(t) \quad (2)$$

с аналитичен процес (сигнал), съответстващ на реалната стационарна функция $\eta(t)$.

За избрана постоянна характерна честота ω_0 произволният стационарен случаен процес $\eta(t)$, с нулево математическо очакване, формално може да се представи във вида [Тихонов, 1986]:

$$\eta(t) = A_c(t)\cos\omega_0 t - A_s(t)\sin\omega_0 t \quad (3),$$

а A_c и A_s са два реални и в широк смисъл стационарни и стационарно свързани процеси:

$$A_c(t) = \operatorname{Re}\xi(t)\exp(-j\omega_0 t) = \eta(t)\cos\omega_0 t + \hat{\eta}(t)\sin\omega_0 t \quad (4)$$

$$A_s(t) = \operatorname{Im}\xi(t)\exp(-j\omega_0 t) = \hat{\eta}(t)\cos\omega_0 t - \eta(t)\sin\omega_0 t \quad (5).$$

С $\operatorname{Re}(z)$ и $\operatorname{Im}(z)$ са означени съответно реалната и имагинерната част на кос да е комплексно число z . По аналогия с радиофизиката ω_0 може да се нарече носеща честота. Тя не е еднозначно определена. За тясноивичен процес, един широко разпространен начин за избор на ω_0 е $\omega_0 = m/m_0$, където m_i са спектралните моменти на $\eta(t)$.

Хилбертовата трансформация на $\eta(t)$ също може да се представи чрез A_c и A_s :

$$\hat{\eta}(t) = A_c(t)\sin\omega_0 t + A_s(t)\cos\omega_0 t \quad (6).$$

Аналитичният процес (2) може да се запише във вида

$$\xi(t) = |\xi(t)|\exp[j\varphi(t)] \quad (7)$$

Величината $|\xi(t)|$ се нарича обвивка, а $\varphi(t)$ пълна фаза на аналитичния процес. Между тях съществуват зависимости

$$|\xi(t)| = [\eta^2(t) + \hat{\eta}^2(t)]^{1/2} \quad (8),$$

$$\varphi(t) = \operatorname{arctg} \left[\frac{\hat{\eta}(t)}{\eta(t)} \right] \quad (9)$$

Чрез (3), (4), (5) и (6) може да се въведе обвивка и фаза на реалния случаен процес $\eta(t)$. За тази цел да означим:

$$\begin{aligned} A_c(t) &= (t)\cos\psi(t), \\ A_s(t) &= (t)\sin\psi(t) \end{aligned} \quad (10)$$

където $A(t) \geq 0$, а $\psi(t)$ се мени в интервала $[-\pi, \pi]$. Тогава (3) и (6) се записват, като

$$\eta(t) = A(t)\cos[\omega_0 t + \psi(t)], \quad (11)$$

$$\hat{\eta}(t) = A(t)\sin[\omega_0 t + \psi(t)] \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{Така } A(t) &= [A_c^2(t) + A_s^2(t)]^{1/2} = \\ &= [\eta^2(t) + \hat{\eta}^2(t)]^{1/2} \end{aligned} \quad (13)$$

с обвивката на реалния процес $\eta(t)$. Величината

$$\psi(t) = \begin{cases} \operatorname{arctg}[A_s(t)/A_c(t)] & A_c(t) \geq 0 \\ \operatorname{arctg}[A_s(t)/A_c(t)] \pm \pi & A_c(t) < 0 \end{cases} \quad (14)$$

е приведената фаза на процеса $\eta(t)$.

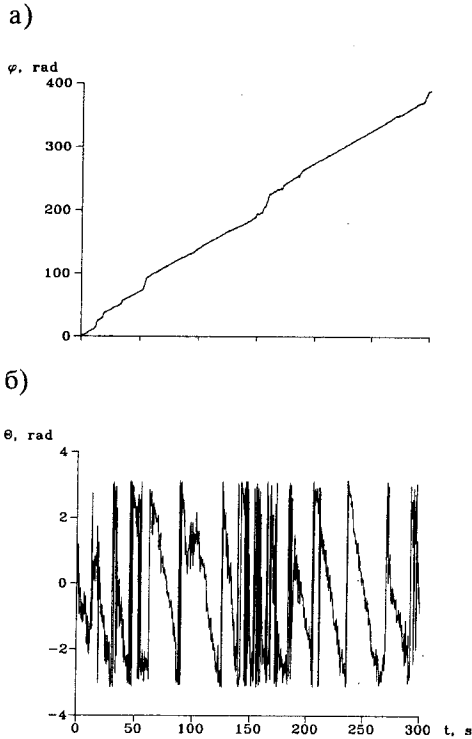
В последния израз трябва да се вземат знак „+“ при $A_c(t) \geq 0$ и знак „-“ при $A_c(t) < 0$, тъй като възможните стойности на приведената фаза $\psi(t)$ по дефиниция са ограничени в интервала $[-\pi, \pi]$.

Huang, Long et al. [1992] показват, че при изследване на локалните свойства на вълнието е по-полезно да се използва пълната фаза $\varphi(t)$, за която не се поставя ограничението да принадлежи на интервала $[-\pi, \pi]$. Тя може да се представи и във вида

$$\varphi(t) = \omega_0 t + \theta(t) \quad (15)$$

С други думи, пълната фазова функция $\varphi(t)$ на аналитичния процес може да се разложи на постоянна $-\omega_0 t$ и флукуационна част $-\theta(t)$.

Производната по времето на фазовата функция $\varphi(t)$ дава локалната често-



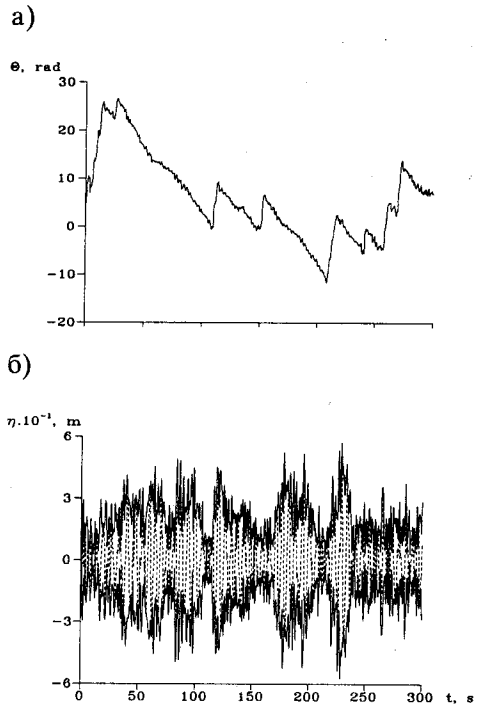
Фиг. 1. Фазова функция на ветровото вълнение на дълбочина 4.2 m. а) пълна фазова функция; б) приведена фазова функция

та на временния ред

$$\omega = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (16)$$

По този начин $\frac{d\theta(t)}{dt}$ е отклонението от характерната носеща честота ω_0 . Положителните или отрицателни стойности на $\frac{d\theta(t)}{dt}$ ще се получават за интервали, където локалната честота е съответно по-висока или по-ниска от характерната честота ω_0 .

Изразите (11), (12) и (15) допускат



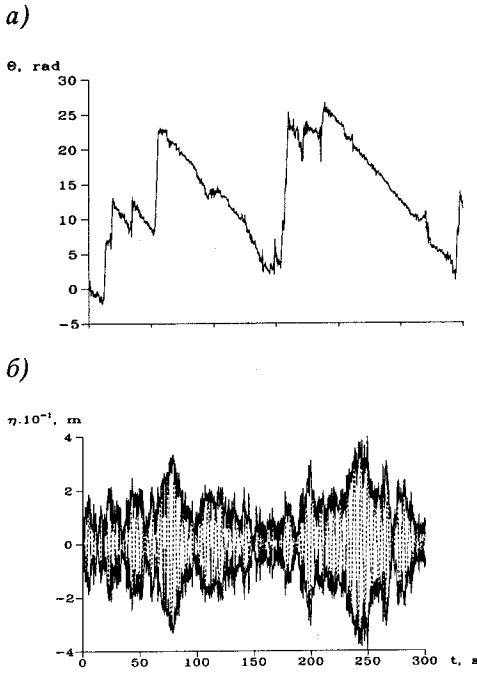
Фиг. 2. Характеристики на ветровото вълнение на дълбочина 18 m. а) флукуационна част $\theta(t)$ на пълната фазова функция; б) колебания на свободната повърхност и обивката и.м.

интересна геометрична интерпретация. Случайният процес $\eta(t)$ може да се представи чрез вектор, който се върти обратно на часовниковата стрелка с ъглова

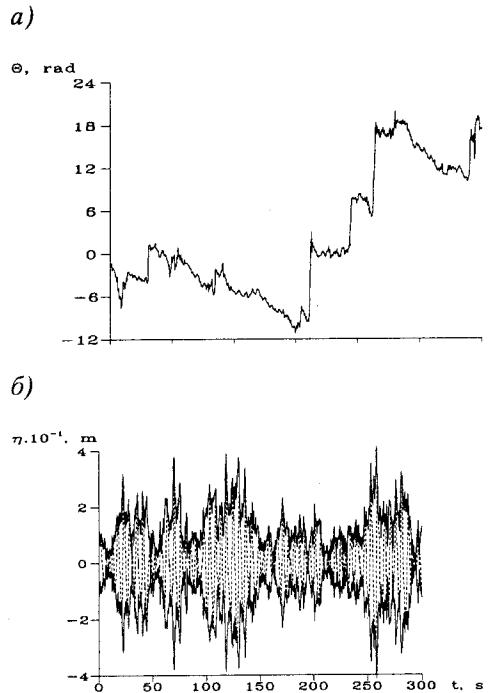
скорост $\frac{d\theta(t)}{dt}$ и има дължина $A(t)$, бавно

изменяща се с времето. Краят на радиус-вектора извършва случайни движения в равнината. Ако при движението си той опише бримка, т. е. смени се посоката на въртене, отклонението от средната честота приема отрицателни стойности и локалната честота на вълните е по-малка от средната честота.

Методика за определяне на фазата и носещата честота на ветровото въл-



Фиг. 3. Характеристики на ветровото вълнение на дълбочина 4.2 m. а) флукуационна част $q(t)$ на пълната фазова функция; б) колебания на свободната повърхност и обвивката и м.



Фиг. 4. Характеристики на ветровото вълнение на дълбочина 1.3 m. а) флукуационна част $\theta(t)$ на пълната фазова функция; б) колебания на свободната повърхност и обвивката и м.

нение по експериментални данни. За да се получи пълната фазова функция (15) на реалното вълнение $\eta(t)$, е необходимо да се пресметне неговата Хилбертова трансформация $\hat{\eta}(t)$. Алгоритъмът за определяне на $\hat{\eta}(t)$ е подробно описан в работата на Чернева, Велчева [1992].

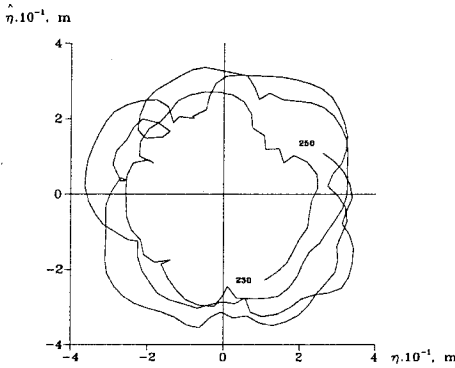
Пълната фазова функция $\varphi(t)$ се състои от линейно нарастваща с времето част $\omega_0(t)$, върху която е наложена флукуационната част $\theta(t)$. От това следва, че от постоянния тренд на $\varphi(t)$ може да се определи характерната честота ω_0 . Флукуационната част се получава съответ-

НО ОТ

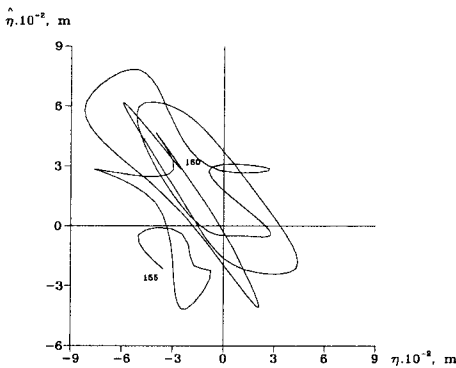
$$\theta(t) = \varphi(t) - \omega_0 t \quad (17)$$

Резултати. Изследването на локалните свойства на фазата в бреговата зона е извършено върху инструментални записи на реалното вълнение, получени по време на международния експеримент „Вълна'90“, проведен в научно-изследователската база на Института по океанология край с. Шкорпиловци. Измерванията са направени със струнни вълнографи, разположени в 11 точки от бреговата зона с дълбочини от 18 до 1.3 m. Колебанията на свободната повърхност

а)



б)



Фиг. 5. Полярна диаграма на вълнението на дълбочина 4.2 m (виж, Фиг. 3). а) за отрицателен наклон на $\theta(t)$ в интервала от 230 до 250 s; б) за положителен наклон на $q(t)$ в интервала от 155 до 160 s

са записвани с дискретизация по времето $\Delta t = 1.165$ s. Продължителността на записите е около 10 min.

На Фиг. 1а е изобразена пълната фазова функция на ветровото вълнение измерено на дълбочина 4.2 m. Представена в тази форма, пълната фазова функция изглежда твърде гладка. За срав-

нение на Фиг. 1б е дадена и приведена-та фазова функция, изменяща се в интервала $[-\pi, \pi]$. Тя отговаря на най-често срещаната в литературата представа за фазова функция.

Трендът на пълната фазова функция представена на Фиг. 1а е 1.25 rad/s, който отговаря на честота 0.2 Hz или на вълнение с период 5 s. Този период е типичен за ветровото вълнение в западната част на Черно море.

Изменението на флукуационната част на пълната фазова функция $\theta(t)$ заедно с обвивката на ветровото вълнение в бреговата зона може да се проследи на Фиг. 2, 3 и 4. Измерванията са направени съответно на дълбочини 18 m, 4.2 m и 1.3 m. Вижда се, че флукуационната част на пълната фазова функция се състои от почти праволинейни участъци с положителни или отрицателни средни наклони.

Областите с положителен наклон съответстват на вълни с честоти, по-високи от характерната честота ω_0 , а тези с отрицателен наклон - на вълни с пониски честоти. Най-общо казано, интервалът от време, когато средният наклон на $\theta(t)$ е положителен е значително по-кратък от интервала с отрицателен среден наклон на $\theta(t)$. Това показва, че в по-голямата част от времето вълните имат по-ниски локални честоти от ω_0 и съответно по-големи периоди от $\frac{2\pi}{\omega_0}$.

На Фиг. 2а, 3а и 4а могат да се проследят характерните особености на $\theta(t)$ в бреговата зона. За участъците с положи-

телен среден наклон, $\frac{d\theta(t)}{dt}$ нараства от плитка към дълбока вода. Това означава, че локалната честота на вълновите колебания в тези участъци се увеличава с намаляването на дълбочината.

За всички области с отрицателен наклон на флукуационната част на пълната фазова функция (Фиг. 2а), стой-

ността на $\frac{d\theta(t)}{dt}$ в дълбока вода е една и съща. Следователно вълните във всич-

ки групи имат една и съща честота. Постепенно с намаляване на дълбочината наклоните се запазват отрицателни, но имат все по-разнообразни стойности. За плитка вода (Фиг. 4а), почти не се наблюдават участъци с отрицателни и успоредни един на друг наклони.

Като се разглеждат съвместно изображенията на обвивката на временния ред и $\theta(t)$ се забелязва, че началото на участък с положителен наклон съответства на край на вълнова група и съответно край на същия участък съвпада с началото на следващата вълнова група. По такъв начин продължителността на участък с отрицателен наклон е равна на сбора от периодите на вълните в групата. Например в интервала от

195 до 270 s на Фиг. 3а, $\frac{d\theta}{dt} = -0,22 \text{ rad/s}$. За този участък честотата на вълнението определена по (16), е 1.03 rad/s, или 0.16 Hz, т.е. вълните в участъка имат период 6.10 s. Средният брой на вълните в групата е $80/6.1 = 13.11$. Действително в интервала 180+270 s на Фиг. 3б се наблюдават 13 вълни.

За участък с положителен наклон (например между 155 и 160 s на същата Фиг. 3б) се наблюдават много ниски вълни с малки периоди. За този участък

$\frac{d\theta}{dt} = 3,21 \text{ rad/s}$, честотата е 4.46 rad/s или 0.71 Hz и вълните са с период 1.41 s.

Както беше отбелязано, чрез обвивката и флукуационната част на пълната фазова функция, реалното вълнение може да се представи в полярни координати. На Фиг. 5 са представени полярните диаграми на вълнението, показано на Фиг. 3. На Фиг. 5а е изобразена полярната диаграма на участъка с отрицателен наклон на флукуационната част на фазовата функция $\theta(t)$, обхващаща интервала от 230 до 250 s. Този интервал съответства на най-високите вълни от групата на Фиг. 3б. Траекторията на върха на радиус-вектора е кръгова, с център началото на координатната система.

В интервала между 155 и 160 s на Фиг. 3 наклонът на флукуационната

част на фазовата функция е положителен. Това е интервал между две последователни вълнови групи. Полярната диаграма за този интервал е представена на Фиг. 5б. Вижда се, че траекторията на върха на радиус вектора е твърде сложна. Тя е загубила кръговата си симетрия спрямо началото на координатната система. Появили са се множество бримки, дължащи се на честата смяна на посоката на въртене на радиус-вектора.

Заключение. Описаната методика позволява едновременно да се разглежда пълната фазова функция $\varphi(t)$ и обвивката $A(t)$ на реалното вълнение. Това дава възможност да се изследват измененията на вълновите свойства в различни моменти от време.

В настоящата работа за първи път експериментално е изследвано изменението на локалните свойства на вълнението в бреговата зона. Основните резултати от извършеното изследване са следните:

Наблюдават се почти праволинейни участъци на $\theta(t)$ с отрицателни наклони

($\frac{d\theta}{dt} < 0$). Тези участъци съответстват на високи вълни, образуващи група. Полярните диаграми на вълнението в тези интервали са приблизително кръгови, с център на симетрия - началото на координатната система.

В участъците с положителни наклони ($\frac{d\theta}{dt} > 0$) вълните са малки - с малка амплитуда и висока честота. На тях съответстват сложни полярни диаграми, без кръгова симетрия, с множество бримки.

С намаляване на дълбочината участъците с положителен наклон на $\theta(t)$ стават все по-стръмни, участъците с отрицателен наклон на $\theta(t)$ - все по-къси, с все по-малък наклон, близък до нула по абсолютна стойност.

По тренда на пълната фазова функция $\varphi(t)$ може да се определи характерната честота на вълнението ω_0 .

Литература:

Тихонов, В., 1986. Нелинейные преобразования случайных процессов. М., Радио и связь. 295 с. Чернева, Ж., А. Велчева, 1992. Обвивка на ветровото вълнение в бреговата зона. Труд. Инст. океанология, 1, 21-25. Elgar, E., R. Seymour, 1984. Groups of Waves in Shallow Water. J. Geophys. Res., 89, C3, 3623-3634. Goda, Y., 1983. Analysis of Wave Grouping and Spectra of Long-travelled Swell. Rep. Port Harbour Res. Inst., 22, No. 1. Hudspeth, R., J. Medina, 1988. Wave Group Analysis by Hilbert Transform. 21-th

Coastal Eng. Conference CERC/ASCE, 884-898. Huang, et al. 1992. The Local Properties of Ocean Surface Waves by the Phase-Time Method. Geoph. Res. Letters, 19, No. 7, 685-688. Melville, W., 1983. Wave Modulation and Breakdown. J. Fluid Mech., 128, 489-506. Rye, H. 1982. Ocean Wave Groups. Dep. Marine Tech., Norwegian Inst., Rep. UR-82-18. Tayfun, M. 1983. Frequency Analysis of Wave Heights Based on Wave Envelope. J. Geoph. Res., 88, C12, 7573-7587.

Phase of the wind waves in the coastal zone

Zhivelina Cherneva, Albena Velcheva

(Summary)

Wind waves propagating in the coastal zone have usually investigated by traditional spectral and statistical characteristics like wave heights, power spectrum and various probability density functions. But in this case there isn't a valuable information about wave group structure.

In this work by Hilbert transformation technique the amplitude and phase

modulation is investigated. Sea surface elevation has been measured at eleven fixed points in the coastal zone with a depths from 18 to 1 m. Wave amplitudes, wave phases and their derivatives are computed from these data. It is concluded that these characteristics are rather suitable for studying the wind wave groups.

Постъпила на 22.03.93 г.